

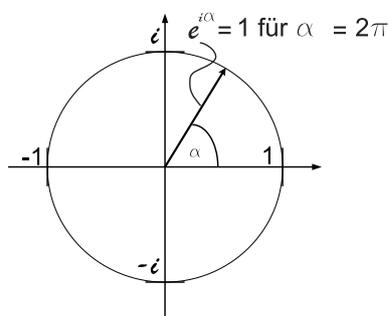
Lösung 1 Präsenzübung

Einige der Fragen wurden angeregt (und teils auch übernommen) durch eine Umfrage, welche die NZZ bei Studierenden der ETH und der Universität Zürich gemacht hat und unter dem Thema "gescheit oder gescheitert" publiziert hat (NZZ Folio 10. Oktober 2004, Seite 31 ff.). Wir geben bei diesen Fragen auch die statistischen Ergebnisse der Antworten aus der obigen Umfrage an und einige Kommentare.

1.1 $(4/7) : (2/5) = (4 \cdot 5)/(7 \cdot 2) = 10/7$. Anmerkung dazu: Die Originalfrage war $1/3$ geteilt durch $2/4$ und es gab nach NZZ 38% falsche Antworten (z.B. $1/6$) unter den Studierenden.

1.2 $(e^{2\pi i} - 2) = \cos(2\pi) + i \sin(2\pi) - 2 = 1 + 0 - 2 = -1$.

Man kann dieses Ergebnis auch direkt aus der Darstellung in der Gausschen Zahlenebene ablesen.



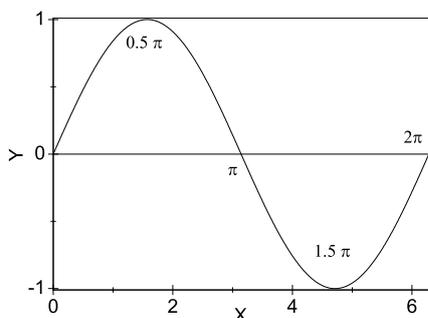
1.3 $y(x) = \exp(-k \cdot x + C)$ (mit der Integrationskonstante C , die auch wegfallen kann und dann ist $C = 0$, also $y(x) = \exp(-k \cdot x)$, welche die DGL erfüllt, was durch Ableiten geprüft wird).

1.4 $\log_{10}(100000) = 5$

1.5 $2x^2 - 4x = 48 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 48 = 0$. Quadratische Gl. mit reellen Koeffizienten.

Als Lösungen erhält man $x_1 = -4$ und $x_2 = 6$, z.B. aus der Standardform $x^2 + px + q$ mit den Lösungen $x_{1,2} = -p/2 \pm \sqrt{(p^2/4) - q}$.

1.6 $y = \sin(x)$, $x \in [0, 2\pi]$ (periodische Funktion):



1.7

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$$
$$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$$
$$\int \exp(ax) dx = \frac{\exp(ax)}{a} + C$$
$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

C ist die Integrationskonstante.

1.8 $S = 4\pi r^2$

1.9 Ein Oktaeder hat 12 Kanten, 6 Ecken und 8 Flächen.

1.10 Die Wahrscheinlichkeit von "Kopf" und "Zahl" ist gleich gross, sofern es sich um eine faire Münze handelt. Hier besteht der Verdacht, dass dem nicht so ist, so dass man auf jeden Fall auf "Kopf" setzen sollte, da die Wahrscheinlichkeit, wiederum "Kopf" zu finden grösser ist als für Zahl. Mit den angegebenen Daten ist die Wahrscheinlichkeit für "Kopf" mit ca. 90% (0.9) abzuschätzen (nicht ganz genau, aber grob richtig). Anmerkung: In der NZZ wurde leicht verschieden gefragt. Nach NZZ hat nur ein 28 jähriger Medizinstudent die Frage falsch beantwortet. Die Antwort, die in der NZZ als "richtig" bezeichnet wird, ist jedoch die statistische 50%/50% Antwort, die nur unter der Prämisse der fairen Münze richtig wäre. Die Antwort ist also nur naiv richtig und eigentlich falsch, da die statistische Prämisse nicht angegeben war und man nach den "experimentell" gegebenen Voraussetzungen auf eine wahrscheinlichere Prämisse, nämlich der einer "unfairen" Münze, schliessen sollte.

1.11 Das Ohmsche Gesetz für Gleichstrom verknüpft die Spannung U , den Widerstand R und die Stromstärke I nach der Gleichung :

$$U = R \cdot I$$

1.12 Die Leistung P ist die erste Ableitung der Energie (Arbeit) E nach der Zeit (oder die geleistete Arbeit ΔA pro Zeiteinheit Δt),

$$P = \frac{dE}{dt} \left(\simeq \frac{\Delta A}{\Delta t} \right)$$

$[P] = [J \cdot s^{-1}]$; $1 J \cdot s^{-1} = 1 W = 1 kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$ mit W für Watt.

1.13 Die Wirkung S ist eine Grösse der Dimension Energie (Arbeit) E mal Zeit mit der möglichen Einheit J·s. Sie entspricht dem Integral

$$S = \int E dt$$

Anmerkung: Man betrachte ein System in dem Raum der verallgemeinerten Koordinaten \underline{q} . Die Lagrange Funktion des Systems ist $L = L(q, \dot{q}, t)$.

Die Wirkung S des Systems ist durch das folgende Integral definiert,

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt$$

Das Plancksche Wirkungsquantum h ist eine wichtige Naturkonstante mit der Dimension einer Wirkung. Der Drehimpuls ist ebenfalls von der Dimension einer Wirkung.

1.14

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\right)^{-1} \text{ Stunden} = \frac{10}{7} \text{ Stunden}$$

Begründung : Die Zahl N der produzierten Einheiten ergibt sich aus der Produktionsgeschwindigkeit v in Einheiten/Stunde multipliziert mit der dafür benötigten Zeit Δt_N . Es gilt offenbar für die gemeinsame Produktionsgeschwindigkeit :

$$\begin{aligned} v &= v(\text{Meier}) + v(\text{Müller}) \\ &= \left(\frac{N}{5 \cdot \text{h}} + \frac{N}{2 \cdot \text{h}}\right) = \frac{7N}{10\text{h}} \\ N = v \cdot \Delta t_N &\Rightarrow \Delta t_N = \frac{N}{v} = \frac{10}{7}\text{h} \end{aligned}$$

1.15 a) Leistung $P = U \cdot I = 105 \text{ W}$

b) Die aufgebrauchte Arbeit nach 12 Stunden Betrieb ist 1.26 kWh und kostet 18.9 Rappen.

c) Ladungsfluss: $Q = I \cdot t = 18000 \text{ A} \cdot \text{s} = 18000 \text{ C}$ bzw. 0.187 mol Elektronen.

1.16 Das hängt etwas von der Art des Blitzes ab aber typische Werte sind 1 bis 500 C, dies entspricht einem Ladungsfluss von "nur" ca. $1 \cdot 10^{-5}$ mol bis $5 \cdot 10^{-3}$ mol Elektronen (aber in einer sehr kurzen Zeit und deshalb ist trotz sehr hoher Spannung die erzeugte Energie mit einigen Hundert kWh relativ klein (vgl. 1.12 und 1.44))

(z.B. http://www.leifiphysik.de/web_ph08/umwelt_technik/02_blitze_finke/blitze.htm).

1.17 Es gibt keine Änderung des Wasserspiegels während des Schmelzens, weil das vom Eis verdrängte Volumen, wegen der Gesetzmässigkeit des Auftriebes, genau dem entsprechenden Wasservolumen entspricht.

1.18 Man landet an der gleichen Stelle des Zugbodens, an der man hochgesprungen ist.

1.19 a) Radiowellen: $\lambda \geq 1 \text{ m}$

b) Mikrowellen: $1\text{m} > \lambda > 10^{-3} \text{ m}$

c) Infrarot: $10^{-3}\text{m} > \lambda > 10^{-6} \text{ m}$

d) Sichtbar: ca. $7 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ bis $4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ (700 oder 800 nm–400 nm).

e) UV: $4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ bis ca. 10^{-9} m .

f) Röntgenstrahlung : ca. 10^{-9} m bis ca. 10^{-11} m .

g) γ -Strahlung : $\lambda < 10^{-11} \text{ m}$.

1.20 Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl mit genau zwei verschiedenen natürlichen Teilern. Eine Primzahl ist nur durch 1 und sich selber teilbar (z.B. 2, 3, 7, 11, 13).

Anmerkung: Die Zahlen 0 und 1 gelten nicht als Primzahlen. Die grösste nachgewiesene Primzahl ist $2^{43112609} - 1$, eine Zahl mit 12 978 189 Stellen (mit Great Internet Mersenne Prime Search gefunden in 2008). Es handelt sich um eine Mersenne-Zahl der Form $2^p - 1$ bei der p eine Primzahl ist.

1.21 Primzahlpaare oder Primzahlzwillinge nennt man zwei Primzahlen p_1 und p_2 , deren Differenz $p_2 - p_1 = 2$ ist. Die Primzahl $p_2 = p_1 + 2$ wird dabei auch als Primzahlzwilling zur Primzahl p_1 bezeichnet. Es sind gewissermassen "benachbarte" ungerade Primzahlen, da gerade Zahlen ≥ 2 nie Primzahlen sind. Beispiele: (3,5); (5,7); (11,13); (17,19); (29,31). Das grösste nachgewiesene Primzahlpaar ist $p_1 = 65\,516\,468\,355 \cdot 2^{333\,333} - 1$. Mehr Informationen finden sich unter <http://primes.utm.edu/top20/home.php>.

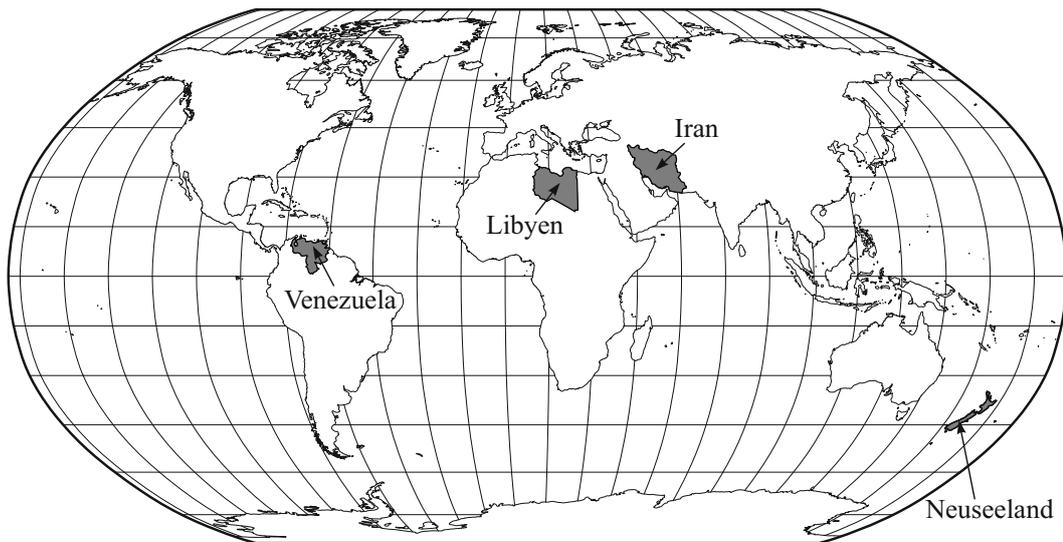
1.22 Amtssprache ist Portugiesisch in einer Variante, die auch Brasilianisch genannt werden kann. Anmerkung dazu: Es gab nach NZZ 17% falsche Antworten (z.B. "Spanisch") unter den Studierenden.

- 1.23 Gemäss der in Kapitel 0.4 des verteilten Skriptes zitierten Enzyklopädie der Sprachen hatten 1990 ca. 150 Millionen Menschen Arabisch als Muttersprache, was dem 5. Rang in der Häufigkeitsliste entspricht. Der Bruchteil ist dementsprechend 4.6% bezogen auf Tabelle 0.6.
- 1.24 Eine sehr grobe, obere Abschätzung ergibt etwa für die ETH: $1 \cdot 10^9$ SFr/Jahr (ETH Etat)/12000 (Anzahl Studierende) \approx 83000 SFr pro Jahr und Studierenden. Der Aufwand für die Forschung und andere Aktivitäten ist in dieser Abschätzung mit 0 SFr angesetzt, was sicher nicht angemessen ist. Im erwähnten NZZ-Folio wird ein Betrag von 40000 SFr pro Jahr und Studierenden genannt. Nach der dortigen Statistik wurde diese Frage nur von ca. 50% der Befragten richtig geschätzt. Anmerkung: Die Stellung einer solchen Frage (und ihre Beantwortung) ist nicht ohne politische Suggestivwirkung. Man hätte weiterhin auch die folgende Aufgabe stellen können: Schätzen Sie das zusätzliche Steueraufkommen und die zusätzliche Wertschöpfung durch Innovation etc., die durchschnittlich durch einen gut ausgebildeten Studierenden mit erfolgreichem Abschluss in seinem gesamten Leben für das schweizerische Staatswesen erbracht wird (“return on investment”). Antwort (grob geschätzt): Mindestens 1 Million SFr (das wäre das Fünffache der Investition von SFr 200000 bei fünfjährigem Studium). Der wesentliche Aspekt ist, dass das Studium als Investition der Gesellschaft und nicht als Konsumgut betrachtet wird. Weiterhin ist anzumerken, dass 2009 die Zahl der Studierenden der ETH über 15000 angewachsen ist, bei real fallendem Budget.
- 1.25 Die Drehachse der Erde um sich selbst ist nicht senkrecht zu der Ebene, die die Umlaufbahn der Erde um die Sonne beschreibt. Das führt dazu, dass im Sommer die Nordhalbkugel mehr zur Sonne geneigt ist als im Winter, und zu einer entsprechend verlängerten und erhöhten Sonneneinstrahlung auf der Nordhalbkugel. Laut NZZ gab es 45 Prozent falsche Antworten, z.B. “weil die Erde im Winter weiter von der Sonne entfernt ist” (das Gegenteil ist tatsächlich der Fall).
- 1.26 Das heliozentrische Weltbild stammt nicht von Galileo Galilei, sondern es wurde vorher von anderen entwickelt. Bereits der Astronom Aristarchos von Samos diskutierte im dritten vorchristlichen Jahrhundert ein heliozentrisches Weltbild. Auch astronomische Grössen wie der Erdumfang oder der Abstand von Erde zu Mond wurden in dieser frühen griechischen Zeit schon nahezu korrekt bestimmt. In der Renaissance wurde das heliozentrische Weltbild von dem Astronomen Nikolaus Kopernikus (1473-1543) zu Beginn des 16. Jahrhunderts unter dem Einfluss des Astronomen Regiomontanus (Johannes Müller von Königsberg, 15. Jahrhundert) entwickelt. Kopernikus wusste auch von den Schriften des Aristarchos. Johannes Kepler präziserte Kopernikus’ Berechnungen im Hinblick auf die Planetenbewegungen. Die Keplerschen Gesetze für die elliptischen Bahnen waren ein wesentlicher Schritt hin zur Newtonschen Mechanik. Als ”bewiesen” gilt das heliozentrische Weltbild seit 1728 (James Bradley) durch die Entdeckung der scheinbaren Ortsveränderung eines Fixsterns in Richtung der Erdbewegung (so genannte Aberration). Siehe auch
http://wiki.astro.com/astrowiki/de/Heliozentrisches_Weltbild
 In einem Brief an Kepler, 1597, favorisierte Galilei das heliozentrische Weltbild. Galilei war einer der Ersten, der für die relevanten Beobachtungen ein Fernrohr benutzte. Seine Ergebnisse veröffentlichte er in Sidereus Nuncius (1610). Diese sind in Latein unter
<http://www.rarebookroom.org/Control/galsid/index.html> zugänglich.
- 1.27 Im Jahre 1905. Eine Konsequenz dieser Theorie ist z.B., dass die Zeit in einem schnell bewegten Raumschiff “langsamer” vergeht als in einem System, das in Ruhe bleibt (Zeitdilatation). Genauer gesagt führt das zum sogenannten Zwillingsparadoxon. Wenn ein Paar Zwillinge getrennt wird, wobei der eine Zwilling eine Raumfahrt mit einer Rakete unternimmt und der andere auf der Erde verbleibt, so findet man, dass bei Rückkehr des ersten seine Alterung geringer ist und seine mitgeführte Uhr eine weniger weit fortgeschrittene Zeit anzeigt als die des zweiten. Analoge Experimente sind tatsächlich mit sehr genau gehenden Atomuhren durchgeführt worden und bestätigen quantitativ die Vorhersagen der Theorie.

- 1.28 Nur gegen Bakterien. Nach Angaben der NZZ wurde diese Frage von 16% falsch beantwortet, darunter ein angehender Assistenzarzt. Anmerkung: Diese Antwort entspricht wenigstens dem landläufigen Sprachgebrauch für den Begriff Antibiotika. Man kann allerdings die Ansicht vertreten, dass auch Substanzen, die Viren vernichten ("Virostatika"), als Antibiotika in einem verallgemeinerten Sinn bezeichnet werden können.
- 1.29 Etwa 30% (alte Merkregel 1/3 Land und 2/3 Wasser). Laut NZZ wurde diese Frage von 40 % der Studierenden falsch beantwortet.
- 1.30 Fichte. Nach Angaben der NZZ wurde diese Frage von 45% falsch beantwortet.
- 1.31 Von Immanuel Kant im Jahre 1785 in seinem Buch "Grundlegung zur Metaphysik der Sitten" bzw. stärker ausformuliert in "Kritik der praktischen Vernunft" (1788).
 "Handle so, dass die Maxime deines Willens jederzeit zugleich als Prinzip einer allgemeinen Gesetzgebung gelten könne." (und ähnliche Formulierungen). Man kann den kategorischen Imperativ als logische Ausformulierung der uralten "Goldenen Regel" auffassen. Allerdings sagt Kant zur Beziehung zwischen dem kategorischen Imperativ und der "Goldenen Regel" Folgendes: "Man denke ja nicht, dass hier das triviale: quod tibi non vis fieri etc. (Was du nicht willst, dass man dir tu, usw.) zur Richtschnur oder Prinzip dienen könne. Denn es ist, obzwar mit verschiedenen Einschränkungen, nur aus jenem abgeleitet; es kann kein allgemeines Gesetz sein, denn es enthält nicht den Grund der Pflichten gegen sich selbst, nicht der Liebespflichten gegen andere (denn mancher würde es gerne eingehen, dass andere ihm nicht wohl tun sollen, wenn er es nur überhoben sein dürfte, ihnen Wohltat zu erzeugen), endlich nicht der schuldigen Pflichten gegen einander; denn der Verbrecher würde aus diesem Grunde gegen seine strafenden Richter argumentieren, usw." aus "Immanuel Kant, Kritik der praktischen Vernunft, Grundlegung zur Metaphysik der Sitten, Werksausgabe Band VII. Herausgegeben von Wilhelm Weischedel, Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft, Frankfurt 1974".
- Siehe auch http://de.wikipedia.org/wiki/Immanuel_Kant. Nach Angaben der NZZ wurde diese Frage von 89% falsch beantwortet.
- 1.32 Walter Faber. "Homo Faber" kann mit "der Mensch als Verfertiger" übersetzt werden und dies bedeutet: "der Mensch als ein Wesen, das sich Werkzeuge, technische Hilfsmittel und Ähnliches herstellen kann" bzw. im übertragenden Sinne "der Mensch als Urheber der Zivilisation". Wörtlich ist die lateinische Übersetzung: homo = Mensch, faber = Handwerker wie Schreiner, Tischler, Schmid etc. In der NZZ wurde nach der Hauptfigur in dem Roman "Stiller" gefragt. Deren Name ist, welcher ein Zufall, auch "Stiller". Laut NZZ gab es 34% falsche Angaben.
- 1.33 Die Dinosaurier sind vor etwa 65 Millionen Jahre ausgestorben. "Menschen" (Lucy) gibt es erst seit etwa 3 Millionen Jahren (oder in der Form des heutigen Menschen wesentlich später). Diese Frage wurde laut NZZ nur selten (4 mal) falsch beantwortet.
- 1.34 Komponist: Mozart, Libretto: Lorenzo Da Ponte
 In der NZZ wurde nach dem Komponisten der Zauberflöte gefragt und es gab 30 % falsche Antworten (z.B. Verdi).
- 1.35 Das Alter der Erde lässt sich mit langlebigen radioaktiven Elementen wie Uran und Thorium sowie den Elementen, in die sie zerfallen (z.B. Blei) bestimmen. Jedes Uran-Isotop zerfällt in ein anderes, bestimmtes Bleiisotop. Da das Uran-Isotop U-235 wesentlich schneller zerfällt als das Uran-Isotop U-238, gibt einem das Verhältnis der Zerfallsprodukte von U-235 zu jenen von U-238 ein absolutes Alter an, mit dem man bestimmen kann, wie lange es her ist, seit die Erde (und damit das "System", in dem diese Elemente zerfallen) gebildet wurde. Mit diesen Methoden kann das Alter der Erde auf etwa 4.6 Milliarden Jahre bestimmt werden (siehe auch <http://www.planeten.ch>). Es gibt auch weitere Isotopenpaare, aus denen man

das Alter des Sonnensystems bestimmen kann. Die genauen kinetischen Grundlagen werden in der Vorlesung des Herbstsemesters noch besprochen und sind etwas komplizierter.

- 1.36 Der Jupiter ist grösser als die Erde. Sein Durchmesser ist etwa 11 mal grösser, seine Masse etwa 300 mal. Die Planeten des Sonnensystems sind etwa gleichzeitig vor etwa 4.6 Milliarden Jahren entstanden.
- 1.37 Die spezifische Wärmekapazität von Wasser beträgt $C = 4187 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ (ca. $1 \text{ kcal kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$). Somit wird zur Erwärmung von 1 l Wasser ($m \simeq 1 \text{ kg}$) die Energie $\Delta E = C \cdot \Delta T \cdot m = 4187 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 90 \text{ K} \cdot 1 \text{ kg} = 376.8 \text{ kJ}$ benötigt. Die Leistung ist $P = 1000 \text{ W}$. Damit ergibt sich eine Zeit $\Delta t = (\Delta E/P) = 376800 \text{ J} / 1000 \text{ J s}^{-1} \simeq 377 \text{ s}$.
- 1.38



In der NZZ wurde nur nach Südkorea gefragt (49% falsche Antworten).

- 1.39 Max Planck, 1900.
- 1.40 Albert Einstein, 1905.
- 1.41 Niels Bohr, 1913.
- 1.42 S. A. Arrhenius, 1896. Anmerkung: Die Vorstellung, dass die Erdatmosphäre insgesamt als "Treibhaus" für die Erde wirkt, geht auf Fourier um 1830 zurück. Wasserdampf als Treibhausgas wurde von John Tyndall (*Phil. Mag. J. Science*, 1863, Vol. 24, S. 200-206) diskutiert. Die Arbeit von Arrhenius findet man in *Phil. Mag.*, Series 5, 1896, Vol. 41, S. 237ff.
- 1.43 $E_n = -\tilde{R}_H hc/n^2$, wobei $\tilde{R}_H = 10967758 \text{ m}^{-1}$ die Rydbergkonstante des H-Atoms ist, h das Plancksche Wirkungsquantum, c die Lichtgeschwindigkeit und n die Hauptquantenzahl des H-Atoms ($n = 1, 2, \dots, \infty$, ganzzahlig).
- 1.44 Etwa 34000 kWh bzw. $122.4 \text{ GJ} = 122400 \text{ MJ}$ nach Angaben des "Bayerischen Staatsministeriums für Wirtschaft, Infrastruktur, Verkehr und Technologie". Man erhält ähnliche Zahlen, wenn man den typischen Heizölverbrauch für ein Haus pro Jahr mit der Verbrennungsenthalpie von Öl multipliziert. Man baut heute auch Häuser, die bei gleicher Wohntemperatur nur etwa 10 % dieses Verbrauchs benötigen. Dieses ist in Anbetracht der Tatsache, dass in Mitteleuropa ca. 40 % des Energieverbrauchs auf Heizung zurückgehen, sehr bedeutsam (s. Vorlesung).
- 1.45 Der Basisstoffwechsel eines Mannes mit z.B. 70 kg Körpergewicht beträgt 1764 kcal/Tag oder 7400 kJ/Tag.

1.46 $E = h\nu = hc/\lambda$, wobei c die Lichtgeschwindigkeit und h das Plancksche Wirkungsquantum ($h = 6.62606896(33) \cdot 10^{-34}$ J s) ist.

1.47 Alle drei sind korrekt, a) und b) sind offensichtlich chemisch denkbar; sogar c) ist chemisch prinzipiell denkbar, z.B. $\text{H}_{2.000001}\text{O}$ in einer kondensierten Phase von H_2O mit einem Überschuss von H. Ob es eine solche Phase tatsächlich gibt, müsste experimentell überprüft werden, jedenfalls kann es nicht prinzipiell ausgeschlossen werden und stöchiometrisch ist die Gleichung korrekt.

1.48 Die Höhe des Mont Blanc ist etwa 4800 m.

1. Berechnung des Druckes p in 4800 m Höhe mit der barometrischen Höhenformel: $p(h) = p(h_0) \cdot \exp(-M \cdot g \cdot (h - h_0)/(RT))$ mit der mittleren Molmasse von Luft $M = 29.0$ g/mol, $h = 4800$ m, $T = 298.16$ K, $g = 9.81$ m/s², $p(h_0) = 1$ atm und $R = 8.314$ J/(K mol) ergibt sich ein Druck von $p = 0.576$ atm auf dem Mont Blanc.

2. Clausius-Clapeyron Gleichung:

$$\frac{d \ln(p/p^\ominus)}{d(1/T)} = -\frac{\Delta_v H^\ominus}{R}$$

mit der Näherung $\Delta_v V \approx V_g \approx RT/p$ und der Annahme dass

$\Delta_v H^\ominus(\text{H}_2\text{O}) = 40.6$ kJ/mol temperaturunabhängig ist, ergibt sich für die integrierte Form der Clausius-Clapeyron Gleichung

$$\ln(p_1/p_2) = -\frac{\Delta_v H^\ominus}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)$$

und mit $T_1 = 373.16$ K, $p_1 = 1$ atm, $p_2 = 0.576$ atm errechnet sich für die Siedetemperatur auf dem Mont Blanc $T_2 = 358$ K, was einer Siedepunktserniedrigung von etwa 15 K entspricht.

1.49 1 l Wasser entspricht etwa 55.55 mol. Mit $\Delta_v H^\ominus = 40.6$ kJ/mol errechnet sich die benötigte Energie zu 2.255 MJ, das ist rund sieben mal soviel wie man für das Erwärmen von 20 auf 100 Grad benötigt (Aufgabe 1.37).

1.50 Die Verdampfungsentropie ist positiv ($\Delta_v S^\ominus = \Delta_v H^\ominus/T_v \approx 109$ J/(mol K)). Der Haupteffekt unter Vernachlässigung von zwischenmolekularen Wechselwirkungen resultiert meist aus der grossen Volumenerhöhung bei der Verdampfung ($V_g^\ominus \gg V_f^\ominus$). In derartigen Fällen berechnet sich die Verdampfungsentropie näherungsweise zu $\Delta_v S^\ominus = R \cdot \ln(V_g^\ominus/V_f^\ominus)$ (bei Wasser entspräche das ca. 62 J mol⁻¹ K⁻¹).

1.51 Die Grössenordnung der Verdampfungsentropie am Siedepunkt einer Substanz lässt sich mit der Troutonschen-Regel abschätzen. Der Quotient aus Verdampfungsenthalpie am Siedepunkt und der Siedetemperatur (und damit auch die Verdampfungsentropie) ist für unpolare, nicht assoziierte Flüssigkeiten näherungsweise eine Konstante

$$\frac{\Delta_v H^\ominus}{T_v} = \Delta_v S^\ominus \approx (85 \pm 10) \text{ J}/(\text{mol K})$$

Aus $\Delta_v G^\ominus = 0$ folgt, dass $\Delta_v H^\ominus/T_v = \Delta_v S^\ominus$ gilt. Die Verdampfungsentropie $\Delta_v S^\ominus$ ist näherungsweise eine Konstante, wie in Aufgabe 1.50 beschrieben, welche bei der Vernachlässigung zwischenmolekularer Wechselwirkungen durch die Volumenerhöhung bei der Verdampfung gegeben ist. Diese Erhöhung ist sehr ähnlich für die meisten Stoffe. Allgemeiner kann man eine Begründung über "korrespondierende Zustände" geben.

1.52 Die Entropiebestimmung kann durch kalorimetrische Messung erfolgen (Messung der spezifischen Wärme C_p). Praktisches Vorgehen: Abkühlen der Substanz bis auf $T \approx 0$ K und dann schrittweise Energiezufuhr (z.B. in Form von elektrischer Energie) unter Messung der Temperaturänderung.

Auswertungsformel für Kreide (Feststoff bei Zimmertemperatur, keine Phasenübergänge angenommen):

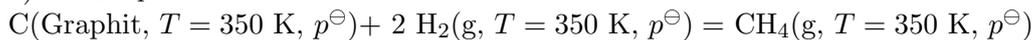
$$S(T) = S(0\text{ K}) + \int_0^T \frac{C_p(T')}{T'} dT'$$

Für N_2 mit Phasenübergängen:

$$\begin{aligned} S(T) = & S(0\text{ K}) + \int_0^{T_{\text{Schmelz}}} \frac{C_p(T')}{T'} dT' \\ & + \frac{\Delta_{\text{Schmelz}}H}{T_{\text{Schmelz}}} + \int_{T_{\text{Schmelz}}}^{T_{\text{Siede}}} \frac{C_p(T')}{T'} dT' \\ & + \frac{\Delta_{\text{v}}H}{T_{\text{Siede}}} + \int_{T_{\text{Siede}}}^T \frac{C_p(T')}{T'} dT' \end{aligned}$$

Mit gewissen Einschränkungen kann $S(0\text{ K})$ nach dem 3. Hauptsatz gleich Null gesetzt werden, so dass man durch kalorimetrische Messungen Absolutwerte der Entropie erhält.

1.53 a) für CH_4 :



Allgemeine Definition: Eine Standardbildungsreaktion beschreibt die Reaktion zur Bildung von einem Mol eines Stoffes in seinem Standardzustand aus den reinen Elementen (in der jeweils stabilsten Form) im Standardzustand bei der betreffenden Temperatur und dem Standarddruck p^\ominus .

1.54 1. Hauptsatz (Satz der Energieerhaltung):

$$dU = \delta Q + \delta W$$

Die innere Energie eines abgeschlossenen Systems bleibt unverändert (d.h. innere Energie kann weder aus dem Nichts erzeugt werden noch vernichtet werden). Man kann keine Maschine bauen, die aus Nichts Arbeit erzeugt (Perpetuum mobile 1. Art).

2. Hauptsatz: die extensive Zustandsgrösse S (Entropie) nimmt bei einem Prozess in einem abgeschlossenen System niemals ab. Also:

$$\Delta S \geq 0.$$

Weiterhin: Im Gleichgewicht nimmt die Entropie in einem abgeschlossenen System ($U, V = \text{const.}$) einen Maximalwert an: $S_{\text{eq}} = S_{\text{max}}$. Die erste Formulierung geht weiter als die zweite. Es sind also eigentlich zwei Aussagen.

Clausius (auch Planck): "Es ist nicht möglich eine zyklisch arbeitende Maschine zu konstruieren, die keinen anderen Effekt hat als die Übertragung von Wärme von einem kälteren auf einen wärmeren Körper." (Sogenanntes Perpetuum mobile 2. Art)

Weitere Formen: "Wärme kann niemals von selbst vom kälteren zum wärmeren Körper fließen"

Sir Kelvin: "Es ist unmöglich, eine zyklisch arbeitende Maschine zu konstruieren, die keinen anderen Effekt hat, als die Entnahme von Wärme aus einem Behälter und die Verrichtung eines gleichen Betrages an Arbeit."

3. Hauptsatz (Nernst-Theorem):

Am absoluten Temperaturnullpunkt gilt für kristalline Festkörper im inneren Gleichgewicht: $S(T = 0\text{ K}) = 0$.

1.55 Wieviele Nanosekunden gehen (genau) in eine Sekunde? 10^9 .

Wieviele Schwingungsperioden der Cs Atomuhr gibt es in 1 s? 10^{10} (genau sind es 9192631770 Perioden per Definition der Sekunde).

Wieviele menschliche Generationen hatte man seit Beginn des Universums (wenn es so lange schon Menschen mit der typischen gleichen Generationsdauer wie heute gegeben hätte)? Mit einem Alter für das Universums von ungefähr 15 Milliarden Jahren und einer angenommenen Generationsdauer von 30 Jahren ergibt das $5 \cdot 10^8$ Generationen.

Wie alt (sehr ungefähr) ist die moderne Menschheit (*homo sapiens sapiens*) und wievielen Generationen entspricht das?

Der erste *homo sapiens* ist vor etwa 200000 Jahre aufgetreten, diese Zeitspanne entspricht etwa 6700 Generationen. *Homo sapiens sapiens* (moderner Mensch) vor ca. 50000 Jahren oder knapp 1700 Generationen.

1.56 Wieviele Yoctosekunden (10^{-24} s) gehen (genau) in eine Picosekunde (10^{-12} s)? 10^{12} .

Die Lebensdauer des Z-Teilchens liegt im Yoctosekundenbereich (0.26 ys). Die folgenden Prozesse ereignen sich im Picosekundenbereich: Bruch von H-Brückenbindungen, schnelle intramolekulare Schwingungsenergieumverteilung und Periode niederfrequenter Molekülschwingungen.

1.57 $\Delta_{\text{R}}H^{\ominus} = \sum_i \nu_i \Delta_{\text{f}}H_i^{\ominus}$ und $\Delta_{\text{R}}U^{\ominus} = \Delta_{\text{R}}H^{\ominus} - \Delta n(RT)$.

$\Delta n = -3/2$ gilt für die Reaktion zum flüssigen Wasser und $\Delta n = -1/2$ für die Reaktion zum gasförmigen H_2O (nur die Stoffe in der Gasphase zählen!).

a) Für ideale Gase ist $\Delta_{\text{R}}H = \Delta_{\text{R}}H^{\ominus} \neq f(p)$.

$$\Delta_{\text{R}}H(\text{H}_2\text{O}, \text{g}, p = 10^3 \text{ Pa}, T = 300 \text{ K}) = \Delta_{\text{R}}H^{\ominus}(\text{H}_2\text{O}, \text{g}) = -241.8 \text{ kJ/mol}$$

und

$$\Delta_{\text{R}}U^{\ominus}(\text{H}_2\text{O}, \text{g}) = -240.6 \text{ kJ/mol}$$

b) $\Delta_{\text{R}}H^{\ominus}(\text{H}_2\text{O}, \text{l}) = -285.8 \text{ kJ/mol}$

und

$$\Delta_{\text{R}}U^{\ominus}(\text{H}_2\text{O}, \text{l}) = -282.1 \text{ kJ/mol}$$

1.58 Mit der Zellspannung E :

$$E = \frac{-\Delta_{\text{R}}G}{z \cdot F}$$

und $z = 2$

$$\Rightarrow \Delta_{\text{R}}G^{\ominus} = -z \cdot F \cdot E^{\ominus} = -1.227 \text{ V} \cdot 2 \cdot 96485.3 \text{ C/mol} = -236.8 \text{ kJ/mol}$$

Mit $\Delta_{\text{R}}G^{\ominus} = \Delta_{\text{R}}H^{\ominus} - T \cdot \Delta_{\text{R}}S^{\ominus}$:

$$\Delta_{\text{R}}S^{\ominus} = \frac{\Delta_{\text{R}}H^{\ominus} - \Delta_{\text{R}}G^{\ominus}}{T} = -163.3 \text{ J/(K mol)}$$

mit $\Delta_{\text{R}}H^{\ominus}(\text{H}_2\text{O}, \text{l}) = -285.8 \text{ kJ/mol}$.

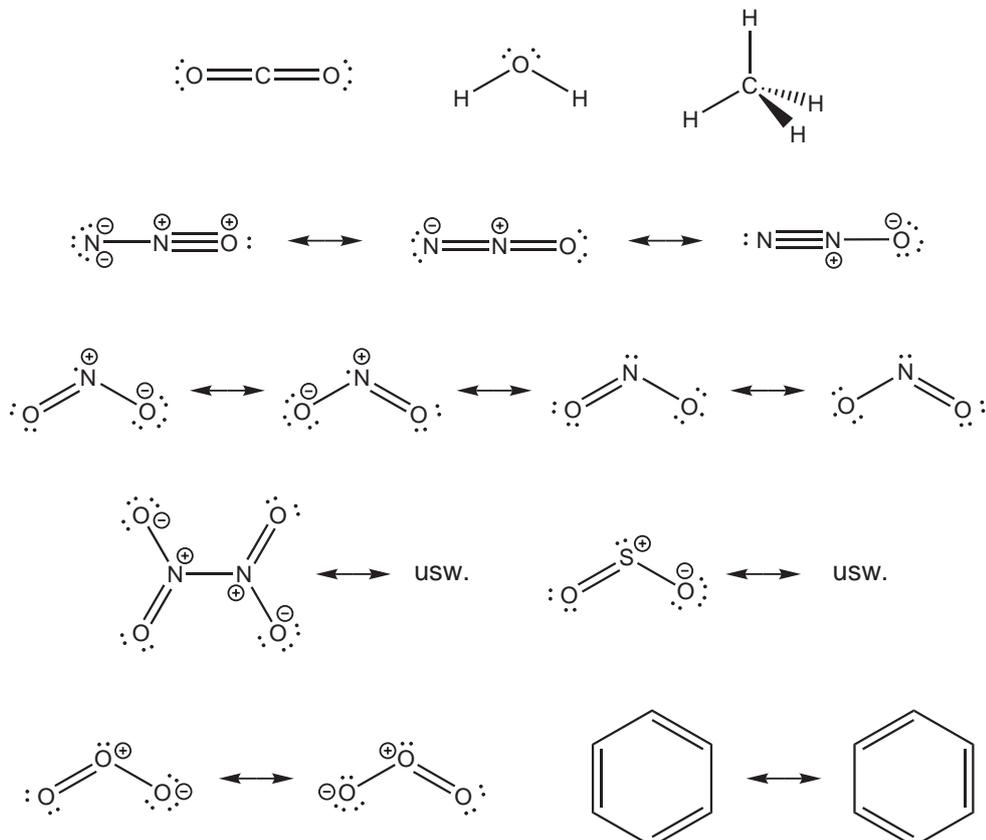
1.59 Die mittlere quadratische Geschwindigkeit mit Berücksichtigung der Geschwindigkeitsverteilung der Moleküle ist :

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{680 \text{ g m}^{-3}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^5 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}}{0.68 \text{ kg m}^{-3}}} = 664 \text{ ms}^{-1}$$

Alternative (äquivalente) Lösung: Mit p , ρ und dem idealen Gasgesetz die Temperatur berechnen. Es ergibt sich $T = 265.3\text{K}$. Dann aus der Beziehung: $3/2 k T = E_{\text{kin}} = 0.5 m \langle v^2 \rangle$ die mittlere Geschwindigkeit bestimmen (diese ist identisch mit der oben angegebenen).

1.60 Die Anzahl Schwingungsfreiheitsgrade berechnet sich zu $3 \cdot N - 6$ (für nicht lineare Moleküle) bzw. $3 \cdot N - 5$ (für lineare Moleküle), wobei die 6 bzw. die 5 der jeweiligen Summe der entsprechenden Rotations- (3 für nicht lineare Moleküle, 2 für lineare Moleküle) und Translationsfreiheitsgrade entspricht. N ist die Anzahl der Atome. Damit erhält man die folgende Anzahl von Freiheitsgraden:

Freiheitsgrade für	Translation	Rotation	Schwingung
CO ₂ (linear)	3	2	4
H ₂ O	3	3	3
CH ₄	3	3	9
N ₂ O (linear)	3	2	4
NO ₂	3	3	3
N ₂ O ₄	3	3	12
SO ₂	3	3	3
O ₃	3	3	3
C ₆ H ₆ (planar)	3	3	30

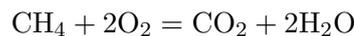


- 1.61 Richtig ist c): Ein durchschnittlicher Haushalt in der Schweiz benötigt für die Heizung ca. 70 bis 75% des gesamten Energieverbrauchs, für die Elektrogeräte rund 13 bis 15%, für das Warmwasser ca. 10% und für die Beleuchtung ca. 2 bis 3%.

Der hohe Energiebedarf für Heizung (Heizöl, Erdgas, Holz oder Strom) wird häufig unterschätzt. Ähnliches gilt für Warmwasser. Energiebewusst ist der private Haushalt am ehesten bei der Beleuchtung, weil hier der Energieverbrauch am augenfälligsten ist, obwohl es sich hier um die geringsten Anteile am Energiebedarf handelt. (Diese Frage wurde aus der Februarausgabe 2007 des ETH Globe übernommen).

- 1.62 Richtig ist b): Die Länge der Strecke Zürich-Singapur beträgt ca. 10 000 km. Der Treibstoffverbrauch eines Flugzeuges beträgt etwa 4 Liter Kerosin pro 100 km und Passagier. Mit der bekannten Dichte Kerosin und einer mittleren Grösse eines Kohlenwasserstoffmoleküls in Kerosin kann man die CO₂ Erzeugung pro Liter Kerosin abschätzen. Aus der Verbrennung von Kerosin ergibt sich somit für diese Reise ein CO₂-Ausstoss von 1.9 Tonnen. Diese grosse Menge ist u.a. durch die beträchtliche Länge der Strecke bestimmt. Beachten Sie, dass die von den internationalen Flugreisen verursachten CO₂-Emissionen im Kyoto-Protokoll zur Reduktion von CO₂ sowie in den nationalen Statistiken nicht berechnet werden! (Diese Frage wurde aus der Februarausgabe 2007 des ETH Globe übernommen).

- 1.63 Bei der Verbrennung von Methan entsteht aus einem mol CH₄ ein mol CO₂:



1 mol CO₂ hat eine Masse von 0.044 kg, d.h. für 6 Tonnen CO₂ benötigt man $1.36 \cdot 10^5$ mol CH₄ und man erzeugt dabei eine Verbrennungsenergie von $E_c = 123$ GJ. Die durchschnittliche auf CO₂-Erzeugung basierende Leistung pro Schweizer ist dann $P_c = dE/dt \approx E_c/1a = 3.9$ kW

- 1.64 Mit 7400 kJ/Tag als Basisstoffwechsel (s. auch 1.45) erhalten wir eine Leistung von $P = 0.09$ kW ≈ 100 W.

Die durchschnittliche energetische Gesamtleistung eines Menschen ist also in der Grössenordnung einer typischen Glühbirne. 100 Watt entspricht dem tatsächlichen biologischen Energiebedarf. Unter diesem Gesichtspunkt ist auch die angeblich ideal sparsame "2000 Watt Gesellschaft" mit einem Leistungsbedarf von 2000 Watt pro Mensch sehr energieverschwendend. (2006 lag der Bruttoenergieverbrauch der Schweiz bei 1 166 030 TJ, dies entspricht einem Wert von knapp 5000 Watt für den Leistungsbedarf eines Durchschnittsschweizers).

- 1.65 Richtig ist b): Die CO₂-Emissionen aus dem Elektrizitätsverbrauch sind für den schweizerischen Strommix zwar sehr klein, da 40% der Elektrizität mit Kernkraftwerken und 60% mit Wasserkraftwerken produziert werden. Diese Anlagen benutzen direkt keine fossilen Brennstoffe, und ihr Betrieb ist nahezu CO₂-frei. In Wirklichkeit ist die Ersparnis aber viel kleiner als zu erwarten, da bei zusätzlichem Stromverbrauch die Schweiz weniger von ihrem "sauberen" Strom exportieren kann bzw. mehr aus dem europäischen Verbundnetz importieren muss. Dieser Zusatzstrom stammt zu einem grossen Teil aus CO₂-intensiven Kohlekraftwerken. (Diese Frage wurde aus der Februarausgabe 2007 des ETH Globe übernommen).

- 1.66 Durch die Reduktion des CO₂ auf die Hälfte ändert sich die Mischung der Luft. Diese Änderung der Luftmischung bedingt eine Änderung der Mischungsentropie ($\Delta(\Delta_{\text{Misch}}S)$). Zu Beginn ist die Zusammensetzung von 1 mol trockener Luft (vereinfacht): $x(\text{N}_2)=0.7808$, $x(\text{O}_2)=0.2095$, $x(\text{Ar})=0.0093$, $x(\text{CO}_2)=0.0004$. Hierbei sind x_i die Molenbrüche. Nach der Reduktion von CO₂ auf die Hälfte ergibt sich folgende Verteilung: $x'(\text{N}_2)=0.7809$, $x'(\text{O}_2)=0.2096$, $x'(\text{Ar})=0.0093$, $x'(\text{CO}_2)=0.0002$.

Allgemein gilt für die Mischungsentropie von 1 mol

$$\Delta_{\text{Misch}}S = -R \sum_i x_i \ln(x_i)$$

Somit ergibt sich für 1 mol Luft zu Beginn $\Delta_{\text{Misch}}S = 4.716 \text{ J}/(\text{K mol})$ und für das Ende $\Delta_{\text{Misch}}S' = 4.704 \text{ J}/(\text{K mol})$ und damit für die Änderung der Mischungsentropie:

$$\Delta(\Delta_{\text{Misch}}S) = \Delta_{\text{Misch}}S' - \Delta_{\text{Misch}}S = -0.0124 \text{ J}/(\text{K mol})$$

Diese Änderung der Mischungsentropie bewirkt bei 300 K eine Änderung der Gibbsenergie ΔG mit $\Delta H = 0$ von

$$\Delta G = -T \Delta(\Delta_{\text{Misch}}S) = 3.72 \text{ J}$$

für 1 mol. Also müssen für 1 mol 3.72 W · s elektrische Arbeit geleistet werden, um diese Mischungsentropieänderung zu erreichen.

Gemäss Aufgabe 1.63 erzeugt 1 mol CH_4 1 mol CO_2 bei einer Verbrennungsenthalpie von $\Delta_c H^\ominus = -900 \text{ kJ/mol}$. Der effektive Wirkungsgrad eines thermischen Gaskraftwerkes darf mit 40% (optimistisch!) angesetzt werden. Somit werden 10.4 μmol CH_4 benötigt, um die 3.72 J elektrische Energie zu erzeugen. Dadurch werden 10.4 μmol CO_2 pro mol Luftmischung erzeugt. Insgesamt verringert sich daher der CO_2 Gehalt von 400 μmol auf nur 210.4 μmol pro mol Luftmischung (statt auf 200 $\mu\text{mol/mol}$).

Ein m^3 Luft enthält 40.6 mol bei 300 K und 1 atm, also 0.01625 mol CO_2 . Bei der Reduktion auf die Hälfte benötigt man 151.5 J elektrische Arbeit. Diese Energie wird durch die Verbrennung von 0.00042 mol CH_4 erreicht was 0.00042 mol CO_2 erzeugt. Der CO_2 Gehalt reduziert sich von 0.01625 mol auf 0.008544 mol. Das reduziert die geforderte Entmischung nur unwesentlich. Thermodynamisch ideal wäre also ein solches grosstechnisches Vorfahren denkbar. Allerdings wäre der Energieverbrauch für die gesamte Erdatmosphäre (1.8×10^{20} mol Luft) enorm. Es wäre dann unklar, ob geeignete Erdgaslager vorhanden sind.

1.67 Dieses Spiel kann als Modell eines naturwissenschaftlichen Experimentes betrachtet werden. Die zu prüfende Aussage ist eine "Hypothese" über ein empirisch zu untersuchende Gesetzmässigkeit. Die vier ausgelegten Karten entsprechen beim Umkehren vier Experimenten, von denen man zwei ausführen darf. Man muss die zwei Experimente so planen, dass man maximalen Erkenntnisgewinn über die Gültigkeit der Hypothese erhält (wenn auch keinen "Wahrheitsbeweis"). Am Besten betrachtet man jede Möglichkeit, bevor das Experiment ausgeführt wird.

Es stehen vier Karten zur Auswahl: D, A, 2, 5, entsprechend 4 möglichen "Experimenten".

– Umdrehen von D

Bei diesem Experiment können wir direkt die Hypothese überprüfen. Entweder ist auf der Rückseite eine 5 (konsistent mit der Hypothese) oder keine 5 (Hypothese falsch). Insbesondere der letztere Befund wäre eine klare Widerlegung der Hypothese

– Umdrehen von A

Bei diesem Experiment gewinnen wir eigentlich keine neuen Erkenntnisse im Bezug auf unsere Hypothese. Ob auf der Rückseite von A eine 5 ist oder nicht, macht keinen Unterschied im Bezug auf die Hypothese.

– Umdrehen von 2

Dieses Experiment kann unsere Hypothese falsifizieren. Wenn auf der Rückseite von 2 ein D ist, so ist die Hypothese falsch. Wenn die Rückseite von 2 kein D enthält, ist das ein neutrales Ergebnis.

– Umdrehen von 5

Im Prinzip hilft uns dieses Experiment nicht wirklich weiter. Enthält die Rückseite von 5 kein D, so wird doch unsere Hypothese nicht widerlegt, denn die Hypothese sagt nicht,

welche Möglichkeiten es sonst für die Rückseite der 5 gibt. Wenn auf der Rückseite der 5 eine D erscheint, ist das konsistent mit der Hypothese, was allerdings nicht sehr viel besagt. Es gibt 26 mögliche Buchstaben und einer von diesen ist das D. Wenn man ein einziges experimentelles Ergebnis dieser Art erhält, das "hypothesekonsistent" ist, könnte man das allenfalls als statistisch schwach positives Ergebnis im Bezug auf die Hypothese interpretieren.

Es ist also die beste Strategie, die Karte D und die Karte 2 umzudrehen. Generell ist es eine gute Strategie, in der Prüfung von Hypothesen Experimente zu ihrer Wiederlegung zu suchen und nicht zu ihrer Bestätigung. Das Beispiel stammt aus einem NZZ Folio (3/2009) über Entscheidungen und gemäss den Angaben dort bevorzugen in statistischen Untersuchungen 75% der Menschen die weniger sinnvolle Variante D und 5.

1.68 Wasser: nein

Kartoffelstärke: ja

Alkohol (Ethanol): nein

Zucker: ja

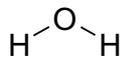
Eiweiss: ja

Koffein: nein

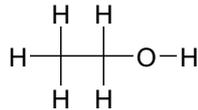
Nicotin: ja

Essigsäure in Essig: nein

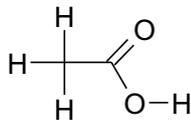
Wasser, Alkohol, Coffein und Essigsäure sind "neutral" gegenüber Spiegelungen und können daher ohne Probleme vom "menschlichen" Körper abgebaut und verwendet werden. Zucker (z.Bsp. Rohrzucker 2- β -D-Fructofuranosyl -1- α -D-Glucopyranosid) und Stärke sind genauso wie Nicotin und Eiweiss nicht spiegelungsneutral, daher kann es bei biochemischen Prozessen bei der Beteiligung von Enzymen zu Problemen kommen.



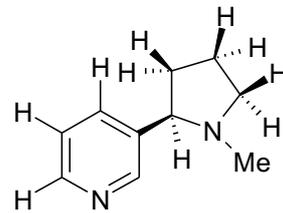
Wasser



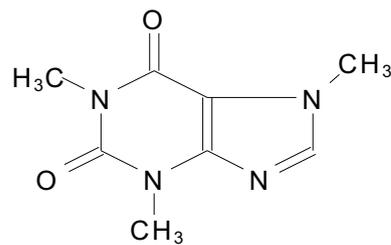
Ethanol



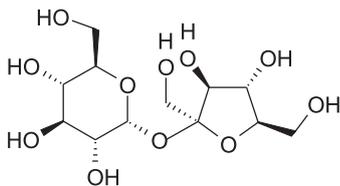
Essigsäure



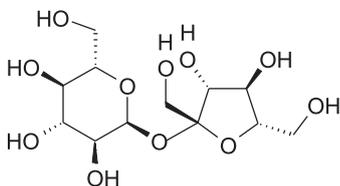
Nicotin



Coffein



α -D-Glucopyranoside, β -D-fructofuranosyl



α -L-Glucopyranoside, β -L-fructofuranosyl

Die Strukturen sind vereinfacht gezeichnet.

Stärke ist polymer und enthält als Basiseinheiten chirale Zuckeranaloga, Eiweisse sind Biopolymere auf der Basis von Aminosäuren, die mehrheitlich auch chiral sind (Ausnahme achirales Glycin).

Die Tatsache, dass der "enantiomere ausserirdische Mensch", der auf der Erde eintrifft, keine Essprobleme im Film hat, ist also unrealistisch (obwohl in einer Szene im Film sogar ausdrücklich darauf hingewiesen wird, dass sogar die Moleküle spiegelbildlich geändert sind).

Der Film heisst übrigens "Journey to the Far Side of the Sun" (1969).

- 1.69 Lösungsvorschläge: "8" oder "88". Die Zeichenfolge kann als aus Zeichen bestehend angesehen werden, die aus einer Zahl (1, 2, 3,..., 7) + nach links gespiegelter Zahl gebildet werden (also Spiegelbild und Bild der Zahl und dies für die Zahlen von 1 bis 7 in aufsteigender Folge). Demzufolge ist "88" eine mögliche Lösung. Zur Lösung "8" kann man anführen, dass in diesem Fall eine senkrechte Spiegelebene direkt durch die "8" gelegt werden kann, während die Form der Zahlen 1 bis 7 (diese sind im zweidimensionalen chiral) dies nicht zulässt und diese deshalb gespiegelt werden "müssen". Analog zu der Zeichenfolge wäre eine Reihe von Molekülen denkbar, wobei die ersten sieben Zeichen einem Enantiomerenpaar entsprechen und das achte Zeichen einem achiralen Molekül.

(siggi 26. September 2012)